Henry Thonier
12 mai 2012

Charge concentrée localisée – Ferraillage sous charge

1 – Méthode de la charge localisée de l'art. 6.7 de l'Eurocode 2

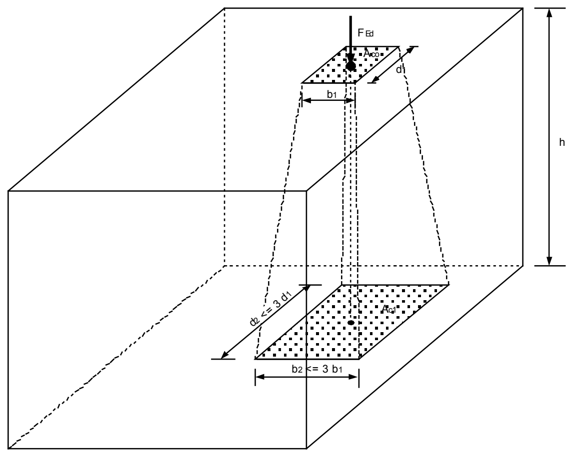
« (2) Dans le cas d'une charge uniformément répartie sur une surface A_{c0} (voir Figure 6.29), l'effort de compression limite peut être déterminé comme suit :

$$F_{rdu} = A_{c0}.f_{cd}.\sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \le 3.0.f_{cd}.A_{c0}$$

où :

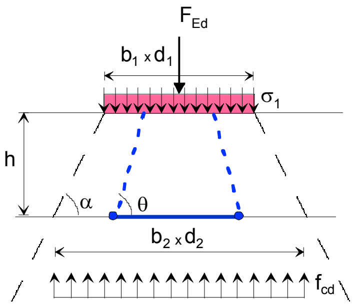
A_{c0} est l'aire chargée,

A_{c1} est l'aire maximale de diffusion utilisée pour le calcul, A_{c1} et A_{c0} étant homothétiques. »



Pour satisfaire la condition $h \ge b_2 - b_1$ et $h \ge d_2 - d_1$, nous retiendrons l'égalité d'où $d_2 = d_1 + h$ et $b_2 = b_1 + h$.
Les bielles moyennes ont une inclinaison θ telle que $\cot\theta = 0{,}25$.

L'effort de traction à reprendre dans le tirant inférieur situé à la profondeur h, vaut : $T = \frac{F_{Ed}}{2}.\cot\theta = \frac{F_{Ed}}{8}$



Exemple 1. Charge concentrée ELU de 1,1 MN sur un carré de 0,15 × 0,15.

Béton : f_{ck} = 25 MPa. Acier B500. $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1{,}5} = 16{,}7$ MPa et $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1{,}15} = 435$ MPa.

A la profondeur h, la contrainte de compression sur une surface homothétique de A_{c0}, la contrainte ne doit pas dépasser f_{cd}.
Nous prenons une pente $\tan\theta = 2$ (diffusion de pente 1/2) pour satisfaire la condition de la Fig. 6.29 de l'EC2 ($h \ge b_2 - b_1$ et $h \ge d_2 - d_1$).

Contrainte sous la charge : $\sigma_{c1} = \frac{F_{Ed}}{A_{c0}} = \frac{1{,}1}{0{,}15^2} = 48{,}9$ MPa, soit 2,93 f_{cd} < 3 f_{cd} OK

Aire $A_{c1} = (d_1 + h).(b_1 + h) = (0{,}15 + h)^2 = \frac{F_{Ed}}{f_{cd}} = \frac{1{,}1}{16{,}7} = 0{,}06587$ m^2 d'où l'inconnue h = 0,107 m.

Armature nécessaire pour équilibrer les bielles inclinées de θ, à la profondeur h = 0,107 m :

$$T = \frac{F_{Ed}}{2}.\cot\theta = \frac{1{,}1}{8} = 0{,}1375 \text{ MN et la section d'armature : } A_s = \frac{T}{f_{yd}} = \frac{0{,}1375 \times 10^4}{435} = 3{,}16 \text{ cm}^2$$

soit 3HA12 (3,39 cm^2) sur une largeur $b_2 = b_1 + h = 0{,}26$ m dans chaque direction et à la profondeur 0,10 m.

2 – Méthode du béton confiné de l'art. 3.1.9 de l'Eurocode 2

« *(2) En l'absence de données plus précises, il est possible d'utiliser la relation contrainte-déformation de la Figure 3.6 (les déformations en compression apparaissent comme positives), avec une résistance caractéristique et des déformations accrues, conformément à :*

$f_{ck,c} = f_{ck}$ (1,000 + 5,0 σ_2/f_{ck}) pour $\sigma_2 \leq 0,05f_{ck}$ ... (3.24)

$f_{ck,c} = f_{ck}$ (1,125 + 2,50 σ_2/f_{ck}) pour $\sigma_2 > 0,05f_{ck}$ ... (3.25)

$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2}$ ($f_{ck,c}/f_{ck}$)2 ... (3.26)

$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2}$ + 0,2 σ_2/f_{ck} ... (3.27)

où σ_2 (=σ_3) est la contrainte effective de compression latérale à l'ELU due au confinement, ε_{c2} et ε_{cu2} étant donnés par le Tableau 3.1. Le confinement peut être obtenu au moyen de cadres correctement fermés ou d'armatures transversales, qui atteignent l'état plastique du fait de la dilatation latérale du béton.

Exemple 2. Les mêmes données que pour l'exemple précédent. Coefficient de Poisson ν = 0,2.

Contrainte de compression du béton sous la charge : $\sigma_1 = \dfrac{F_{Ed}}{A_{c0}} = \dfrac{1,1}{0,15^2} = 48,9$ MPa.

La contrainte limite $f_{ck,c}$ doit être égale à $\gamma_C.f_{ck,c} = 1,5 \times 48,9 = 73,3$ MPa.

Des équations (3.24) et (3.25), on tire la contrainte de confinement σ_2 nécessaire :

$$\sigma_2 = 0,2 f_{ck}\left(\frac{\gamma_C.f_{ck,c}}{f_{ck}} - 1\right) = 0,2 \times 25 \times \left(\frac{73,3}{25} - 1\right) = 9,67$$

ou $$\sigma_2 = 0,4 f_{ck}\left(\frac{\gamma_C.f_{ck,c}}{f_{ck}} - 1,125\right) = 0,4 \times 25 \times \left(\frac{73,3}{25} - 1,125\right) = 18,08 \text{ MPa}$$

D'où σ_2 = 18,08 MPa.

Section du frettage de confinement (quadrillage ou frettes ou cadres) : $\rho = \dfrac{\sigma_2}{f_{yd}} = \dfrac{18,08}{435} = 0,0416$ à condition que l'allongement transversal $\nu.\varepsilon_{cu2,c}$ soit supérieur à $\varepsilon_{s0} = f_{yd}/E_s$ = 2,17 ‰.

Or, d'après l'équation 3.26), on a : $\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2}.\left(\dfrac{f_{ck,c}}{f_{ck}}\right)^2 = 0,02 \times \left(\dfrac{73,3}{25}\right)^2 = 0,172$ = 17,2 ‰

Et $\nu.\varepsilon_{c2,c} = 0,2 \times 0,172 = 0,0344 > 0,0217$ ‰ OK, sinon, on majore le pourcentage d'armatures dans le rapport $\dfrac{\nu.\varepsilon_{c2,c}}{f_{yd}/E_s}$.

La hauteur sur laquelle on dispose un frettage sera déterminée en application de l'art. 6.5.3 de l'EC2. A défaut de connaître le cas de discontinuité partielle ou totale, on prendra comme effort de traction du tirant des deux équations 6.58 et 6.59 la valeur T = 0,25 F_{Ed}, ce qui correspond à une inclinaison de la bielle moyenne telle que cotθ = 0,5.
Les dimensions du rectangle où la contrainte sera égale à f_{cd} sont données par :
$b_2 = b_1 + 4h.\cot\theta = b_1 + 2h$ et $b_2 = b_1 + 2h$ avec $F_{Ed} = b_2.d_2.f_{cd}$.
D'où l'on tire la profondeur h du rectangle $b_2.d_2$.

La surface du rectangle $b_2.d_2$ vaut : $\dfrac{N_{Ed}}{f_{cd}} = \dfrac{1,1}{16,7} = 0,06587$ m^2 soit un carré de côté 0,257 m.

D'où la hauteur de la zone frettée : h = $\dfrac{0,257 - 0,15}{4} = 0,0268$ m.

$A_s = \rho_s.h.(d_1 + h) = 0,0416 \times 0,0268 \times (0,15 + 0,0268) \times 10^4 = 1,97$ cm^2, soit un cadre HA12 à disposer à mi-hauteur des 27 mm. Pour des raisons d'enrobage, on respectera c_{nom}.
On préférera la solution charge localisée ci-dessus.

Exemple 3. Les mêmes données, sauf la charge : F_{Ed} = 1,8 MN.

La contrainte sous la charge vaut : $\sigma_1 = \frac{1{,}8}{0{,}15^2} = 80$ MPa, supérieure à la limite d'utilisation de la méthode 1 : $\frac{\sigma_1}{f_{cd}} = \frac{80}{16{,}7} = 4{,}8 > 3$.

$f_{ck,c}$ = 120 MPa

σ_2 = Max[19,0 ; 36,75] = 36,75 MPa

ρ = 0,0845 = 8,45 %

$\varepsilon_{c2,c}$ = 46,1 ‰

La surface à la base de la zone frettée doit être égale à $b_2.d_2 = b_1.d_1.\frac{\sigma_1}{f_{cd}} = 0{,}15^2 \times \frac{80}{16{,}7} = 0{,}1078\ \text{m}^2$, soit un côté de 0,33 m de côté.

La hauteur h de la zone frettée vaut : $h = \frac{b_2 - b_1}{4} = \frac{0{,}33 - 0{,}15}{4} = 0{,}045\ \text{m}$

$A_s = \rho_s.h.d_2 = 0{,}0845 \times 0{,}045 \times 0{,}33 = 12{,}55\ \text{cm}^2$, soit deux nappes superposées de 4 HA14 dans chaque direction = $4 \times 2 \times 1{,}54 = 12{,}32\ \text{cm}^2$ < 12,55.

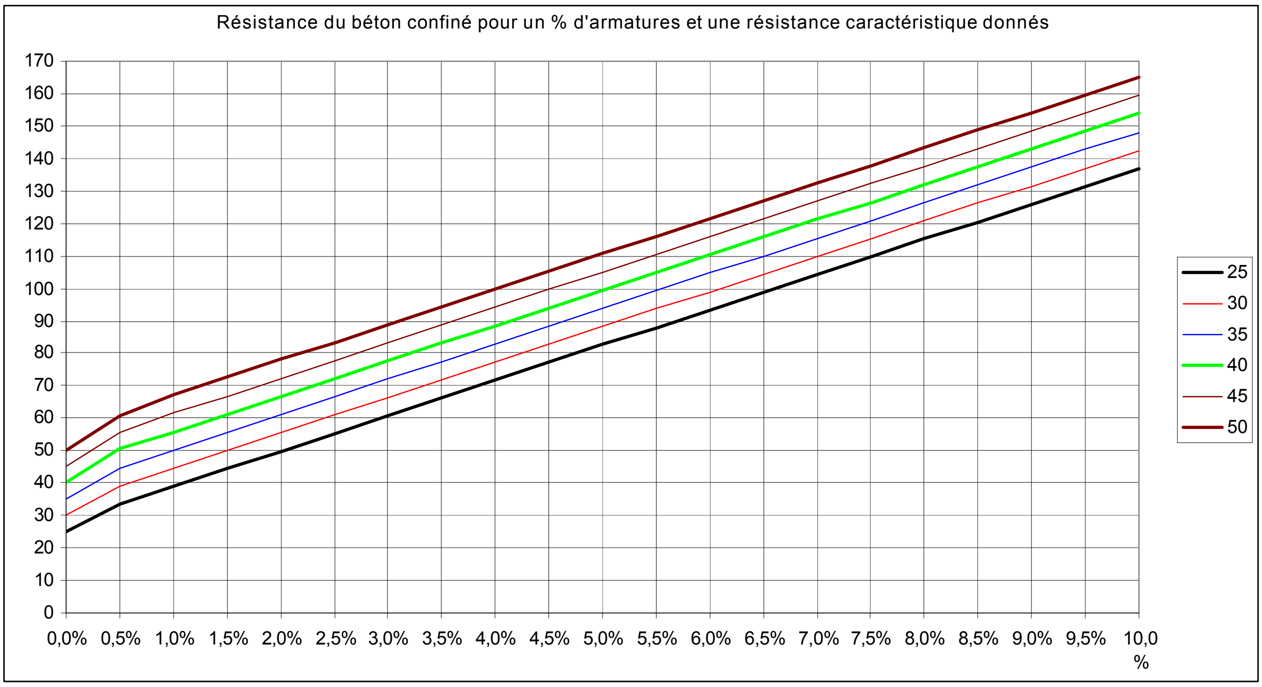
Mais on peut utiliser le diagramme contrainte-déformation de l'acier avec droite inclinée si l'allongement de l'armature est supérieur à 2,17 ‰. La contrainte vaut : $\frac{12{,}55}{12{,}32}.f_{yd} = 443{,}1$ MPa, ce qui correspond , pour un acier de classe A à un allongement :

$$\varepsilon_s = \left(\frac{\sigma_s.\gamma_S}{f_{yk}} - 1\right).\frac{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}}{k-1} + \varepsilon_{s0} = \left(\frac{443{,}1 \times 1{,}15}{500} - 1\right) \times \frac{50 - 2{,}17}{0{,}05} + 2{,}17 = 20{,}5\ ‰ < \varepsilon_{c2,c} = 46{,}1\ ‰\ \text{OK.}$$

3 – Calcul d'un béton confiné

En application du cas 2 ci-dessus, on peut déterminer la quantité d'armatures de frettage nécessaire pour obtenir une résistance du béton confiné donnée.

Exemple 4. Les mêmes données que l'exemple 3 ci-dessus.
La contrainte sous la charge valant 80 MPa, soit un $f_{ck,c}$ = 1,5×80 = 120 MPa, on lit pour un béton de f_{ck} = 25 MPa : ρ_s = 8,5 %.



Voir aussi Programme N° 141.